一次函数与反比例函数

考点一、平面直角坐标系　　（3 分）

1、平面直角坐标系

在平面内画两条互相垂直且有公共原点的数轴，就组成了平面直角坐标系。

其中，水平的数轴叫做 x 轴或横轴，取向右为正方向；铅直的数轴叫做 y 轴或纵轴，取向上为正方向；两轴的交点 O（即公共的原点）叫做直角坐标系的原点；建立了直角坐标系的平面，叫做坐标平面。

为了便于描述坐标平面内点的位置，把坐标平面被 x 轴和 y 轴分割而成的四个部分，分别叫做第一象限、第二象限、第三象限、第四象限。

注意：x 轴和 y 轴上的点，不属于任何象限。

2、点的坐标的概念

点的坐标用（a，b）表示，其顺序是横坐标在前，纵坐标在后，中间有“，”分开，横、纵坐标的位置不能颠倒。平面内点的坐标是有序实数对，当 $a \neq b$ 时，（a，b）和（b，a）是两个不同点的坐标。

考点二、不同位置的点的坐标的特征　　（3 分）

1、各象限内点的坐标的特征

点 P(x,y)在第一象限 $\Leftrightarrow x > 0, y > 0$

点 P(x,y)在第二象限 $\Leftrightarrow x < 0, y > 0$

点 P(x,y)在第三象限 $\Leftrightarrow x < 0, y < 0$

点 P(x,y)在第四象限 $\Leftrightarrow x > 0, y < 0$

2、坐标轴上的点的特征

点 P(x,y)在 x 轴上$\Leftrightarrow$ $y=0$，x 为任意实数

点 P(x,y)在 y 轴上$\Leftrightarrow$ $x=0$，y 为任意实数

点 P(x,y)既在 x 轴上，又在 y 轴上$\Leftrightarrow$x，y 同时为零，即点 P 坐标为（0，0）

3、两条坐标轴夹角平分线上点的坐标的特征

点 P(x,y)在第一、三象限夹角平分线上$\Leftrightarrow$x 与 y 相等

点 P(x,y)在第二、四象限夹角平分线上$\Leftrightarrow$x 与 y 互为相反数

4、和坐标轴平行的直线上点的坐标的特征

位于平行于 x 轴的直线上的各点的纵坐标相同。

位于平行于 y 轴的直线上的各点的横坐标相同。

5、关于 x 轴、y 轴或远点对称的点的坐标的特征

点 P 与点 p'关于 x 轴对称$\Leftrightarrow$横坐标相等，纵坐标互为相反数

点 P 与点 p'关于 y 轴对称$\Leftrightarrow$纵坐标相等，横坐标互为相反数

点 P 与点 p'关于原点对称$\Leftrightarrow$横、纵坐标均互为相反数

6、点到坐标轴及原点的距离

点 P(x,y)到坐标轴及原点的距离：

（1）点 P(x,y)到 x 轴的距离等于$|y|$

（2）点 P(x,y)到 y 轴的距离等于$|x|$

（3）点 P(x,y)到原点的距离等于$\sqrt{x^2+y^2}$

考点三、函数及其相关概念　　（3~8 分）

1、变量与常量

在某一变化过程中，可以取不同数值的量叫做变量，数值保持不变的量叫做常量。

一般地，在某一变化过程中有两个变量 x 与 y，如果对于 x 的每一个值，y 都有唯一确定的值与它对应，那么就说 x 是自变量，y 是 x 的函数。

2、函数解析式

用来表示函数关系的数学式子叫做函数解析式或函数关系式。

使函数有意义的自变量的取值的全体，叫做自变量的取值范围。

3、函数的三种表示法及其优缺点

（1）解析法

两个变量间的函数关系，有时可以用一个含有这两个变量及数字运算符号的等式表示，这种表示法叫做解析法。

（2）列表法

把自变量 x 的一系列值和函数 y 的对应值列成一个表来表示函数关系，这种表示法叫做列表法。

（3）图像法

用图像表示函数关系的方法叫做图像法。

4、由函数解析式画其图像的一般步骤

（1）列表：列表给出自变量与函数的一些对应值

（2）描点：以表中每对对应值为坐标，在坐标平面内描出相应的点

（3）连线：按照自变量由小到大的顺序，把所描各点用平滑的曲线连接起来。

考点四、正比例函数和一次函数　　（3~10 分）

1、正比例函数和一次函数的概念

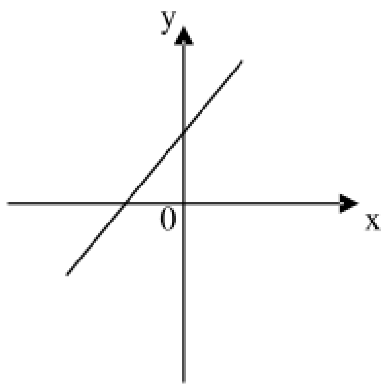
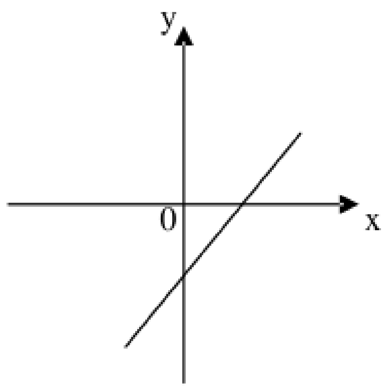
一般地，如果 $y=kx+b$（k，b 是常数，k≠0），那么 y 叫做 x 的一次函数。

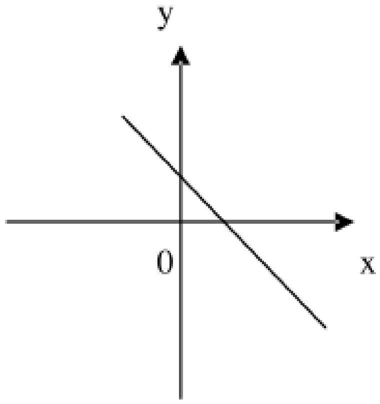
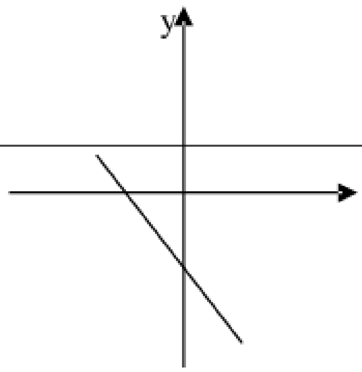
特别地，当一次函数 $y=kx+b$ 中的 b 为 0 时， $y=kx$（k 为常数，k≠0）。这时，y 叫做 x 的正比例函数。

2、一次函数的图像

所有一次函数的图像都是一条直线

3、一次函数、正比例函数图像的主要特征：一次函数 $y=kx+b$ 的图像是经过点（0，b）的直线；正比例函数 $y=kx$ 的图像是经过原点（0，0）的直线。

k 的符号	b 的符号	函数图像	图像特征
k>0	b>0		图像经过一、二、三象限，y 随 x 的增大而增大。
	b<0		图像经过一、三、四象限，y 随 x 的增大而增大。

<table>
<tr><td rowspan="2">K<0</td><td>b>0</td><td></td><td>图像经过一、二、四象限，y 随 x 的增大而减小</td></tr>
<tr><td>b<0</td><td></td><td>图像经过二、三、四象限，y 随 x 的增大而减小。</td></tr>
</table>

4、正比例函数的性质，，一般地，正比例函数 $y=kx$ 有下列性质：

（1）当 k>0 时，图像经过第一、三象限，y 随 x 的增大而增大；
（2）当 k<0 时，图像经过第二、四象限，y 随 x 的增大而减小。

5、一次函数的性质，，一般地，一次函数 $y=kx+b$ 有下列性质：

（1）当 k>0 时，y 随 x 的增大而增大
（2）当 k<0 时，y 随 x 的增大而减小

6、正比例函数和一次函数解析式的确定

确定一个正比例函数，就是要确定正比例函数定义式 $y=kx$（$k\neq 0$）中的常数 k。确定一个一次函数，需要确定一次函数定义式 $y=kx+b$（$k\neq 0$）中的常数 k 和 b。解这类问题的一般方法是待定系数法。

考点五、反比例函数　　（3~10 分）

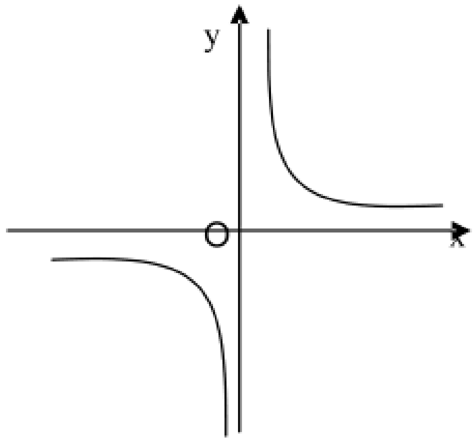
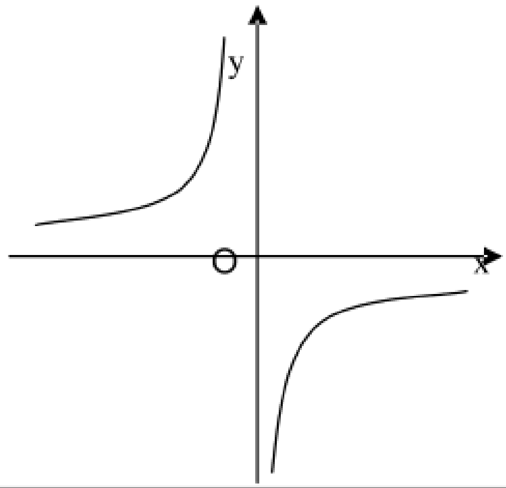
1、反比例函数的概念

一般地，函数 $y=\dfrac{k}{x}$（k 是常数，$k\neq 0$）叫做反比例函数。反比例函数的解析式也可以写成 $y=kx^{-1}$ 的形式。自变量 x 的取值范围是 $x\neq 0$ 的一切实数，函数的取值范围也是一切非零实数。

2、反比例函数的图像

反比例函数的图像是双曲线，它有两个分支，这两个分支分别位于第一、三象限，或第二、四象限，它们关于原点对称。由于反比例函数中自变量 $x\neq 0$，函数 $y\neq 0$，所以，它的图像与 x 轴、y 轴都没有交点，即双曲线的两个分支无限接近坐标轴，但永远达不到坐标轴。

3、反比例函数的性质

反比例函数	$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$	
k 的符号	k>0	k<0
图像		
性质	①x 的取值范围是 x≠0， y 的取值范围是 y≠0；	①x 的取值范围是 x≠0， y 的取值范围是 y≠0；

	②当 k>0 时，函数图像的两个分支分别在第一、三象限。在每个象限内，y 随 x 的增大而减小。	②当 k<0 时，函数图像的两个分支分别在第二、四象限。在每个象限内，y 随 x 的增大而增大。

4、反比例函数解析式的确定

确定及诶是的方法仍是待定系数法。由于在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中，只有一个待定系数，因此只需要一对对应值或图像上的一个点的坐标，即可求出 k 的值，从而确定其解析式。

5、反比例函数中反比例系数的几何意义

如下图，过反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 图像上任一点 P 作 x 轴、y 轴的垂线 PM，PN，则所得的矩形 PMON 的面积 S=PM•PN=$|y|\bullet|x|=|xy|$。 $\because y=\frac{k}{x},\therefore xy=k, S=|k|$。

二次函数

考点一、二次函数的概念和图像　　（3~8 分）

1、二次函数的概念

一般地，如果 $y=ax^2+bx+c(a,b,c$是常数，$a\neq 0)$，那么 y 叫做 x 的二次函数。

$y=ax^2+bx+c(a,b,c$是常数，$a\neq 0)$ 叫做二次函数的一般式。

2、二次函数的图像

二次函数的图像是一条关于 $x=-\frac{b}{2a}$ 对称的曲线，这条曲线叫抛物线。

抛物线的主要特征：

①有开口方向；②有对称轴；③有顶点。

3、二次函数图像的画法

五点法：

（1）先根据函数解析式，求出顶点坐标，在平面直角坐标系中描出顶点 M，并用虚线画出对称轴

（2）求抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与坐标轴的交点：

当抛物线与 x 轴有两个交点时，描出这两个交点 A,B 及抛物线与 y 轴的交点 C，再找到点 C 的对称点 D。将这五个点按从左到右的顺序连接起来，并向上或向下延伸，就得到二次函数的图像。

当抛物线与 x 轴只有一个交点或无交点时，描出抛物线与 y 轴的交点 C 及对称点 D。由 C、M、D 三点可粗略地画出二次函数的草图。如果需要画出比较精确的图像，可再描出一对对称点 A、B，然后顺次连接五点，画出二次函数的图像。

考点二、二次函数的解析式　　（10~16 分）

二次函数的解析式有三种形式：

（1）一般式：$y=ax^2+bx+c(a,b,c\text{是常数，}a\neq 0)$

（2）顶点式：$y=a(x-h)^2+k(a,h,k\text{是常数，}a\neq 0)$

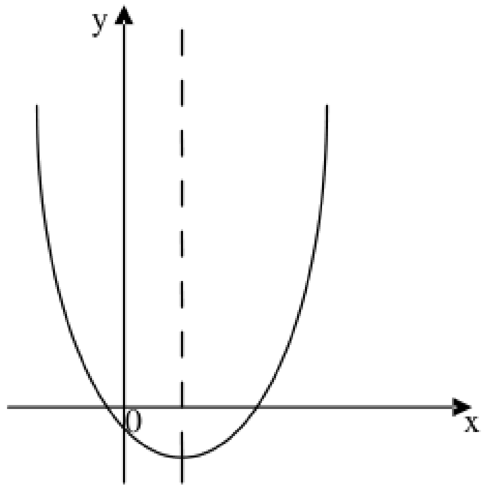
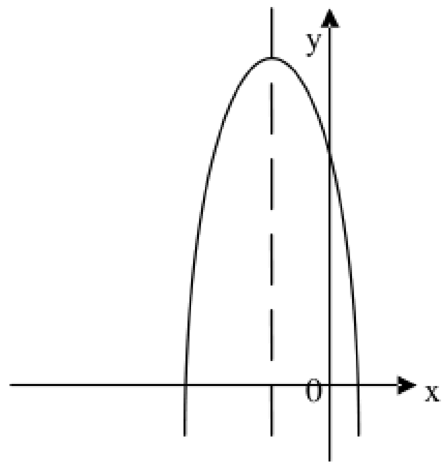
（3）当抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴有交点时，即对应二次好方程 $ax^2+bx+c=0$ 有实根 x_1 和 x_2 存在时，根据二次三项式的分解因式 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 可转

化为两根式 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$。如果没有交点，则不能这样表示。

考点三、二次函数的最值　　（10 分）如果自变量的取值范围是全体实数，那么函数在顶点处取得最大值（或最小值），即当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，$y_{最值}=\frac{4ac-b^2}{4a}$。

如果自变量的取值范围是 $x_1\le x\le x_2$，那么，首先要看 $-\frac{b}{2a}$ 是否在自变量取值范围 $x_1\le x\le x_2$ 内，若在此范围内，则当 x=$-\frac{b}{2a}$ 时，$y_{最值}=\frac{4ac-b^2}{4a}$；若不在此范围内，则需要考虑函数在 $x_1\le x\le x_2$ 范围内的增减性，如果在此范围内，y 随 x 的增大而增大，则当 $x=x_2$ 时，$y_{最大}=ax_2^2+bx_2+c$，当 $x=x_1$ 时，$y_{最小}=ax_1^2+bx_1+c$；如果在此范围内，y 随 x 的增大而减小，则当 $x=x_1$ 时，$y_{最大}=ax_1^2+bx_1+c$，当 $x=x_2$ 时，$y_{最小}=ax_2^2+bx_2+c$。

考点四、二次函数的性质　　（6~14 分） 1、二次函数的性质

<table>
<tr><td>函数</td><td colspan="2">二次函数
$y=ax^2+bx+c(a,b,c\text{是常数，}a\neq 0)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">图像</td><td>a>0</td><td>a<0</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>性质</td><td>（1）抛物线开口向上，并向上无限延伸；
（2）对称轴是 x=$-\dfrac{b}{2a}$，顶点坐标是（$-\dfrac{b}{2a}$，$\dfrac{4ac-b^2}{4a}$）；
（3）在对称轴的左侧，即当 x<$-\dfrac{b}{2a}$时，y 随 x 的增大而减小；在对称轴的右侧，即当</td><td>（1）抛物线开口向下，并向下无限延伸；
（2）对称轴是 x=$-\dfrac{b}{2a}$，顶点坐标是（$-\dfrac{b}{2a}$，$\dfrac{4ac-b^2}{4a}$）；
（3）在对称轴的左侧，即当 x<$-\dfrac{b}{2a}$时，y 随 x 的增大而增大；在对称轴的右侧，即当</td></tr>
</table>

	$x>-\frac{b}{2a}$ 时，y 随 x 的增大而增大，简记左减右增； （4）抛物线有最低点，当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最小值，$y_{最小值}=\frac{4ac-b^2}{4a}$	$x>-\frac{b}{2a}$ 时，y 随 x 的增大而减小，简记左增右减； （4）抛物线有最高点，当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最大值，$y_{最大值}=\frac{4ac-b^2}{4a}$

2、二次函数 $y=ax^2+bx+c(a,b,c是常数，a\neq 0)$ 中，a、b、c 的含义：a 表示开口方向：a>0 时，抛物线开口向上，，， a<0 时，抛物线开口向下

b 与对称轴有关：对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}$

c 表示抛物线与 y 轴的交点坐标：（0， c ）

3、二次函数与一元二次方程的关系

一元二次方程的解是其对应的二次函数的图像与 x 轴的交点坐标。

因此一元二次方程中的 $\Delta=\mathrm{b}^2-4ac$，在二次函数中表示图像与 x 轴是否有交点。

当 Δ>0 时，图像与 x 轴有两个交点；

当 Δ=0 时，图像与 x 轴有一个交点；

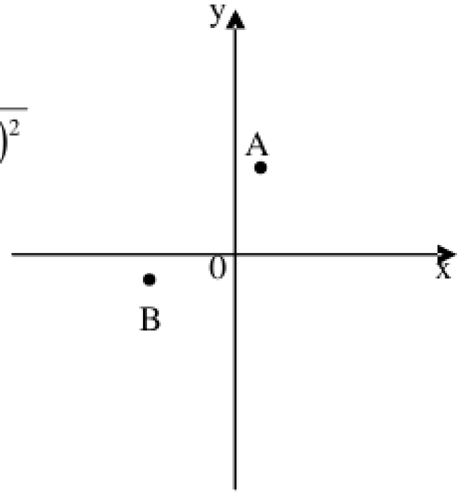
当 Δ<0 时，图像与 x 轴没有交点。

补充：

1、两点间距离公式（当遇到没有思路的题时，可用此方法拓展思路，以寻求解题方法）

如图：点 A 坐标为（x_1，y_1）点 B 坐标为（x_2，y_2）

则 AB 间的距离，即线段 AB 的长度为 $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$



2、函数平移规律（中考试题中，只占 3 分，但掌握这个知识点，对提高答题速度有很大帮助，可以大大节省做题的时间）

3、直线斜率：$k=\tan\alpha=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$　　b为直线在y轴上的截距

4、直线方程：　一般两点斜截距

1，一般　　一般 直线方程　　ax+by+c=0

2，两点　　由直线上两点确定的直线的两点式方程，简称两点式：

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

--最最常用，记牢

3，点斜 **知道一点与斜率** $y-y_1=k(x-x_1)$

4，斜截 斜截式方程，简称斜截式: $y=kx+b(k\neq 0)$

5 ，截距 由直线在 x 轴和 y 轴上的截距确定的直线的截距式方程，简称截距式：$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

记牢可大幅提高运算速度

5、设两条直线分别为，l_1： $y=k_1x+b_1$ l_2： $y=k_2x+b_2$

若 $l_1 // l_2$ ，则有 $l_1//l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2$ 且 $b_1\neq b_2$ 。

若 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1\cdot k_2=-1$

6、点P（x_0，y_0）到直线y=kx+b(即：kx-y+b=0) 的距离：$d=\frac{|kx_0-y_0+b|}{\sqrt{k^2+(-1)^2}}=\frac{|kx_0-y_0+b|}{\sqrt{k^2+1}}$

对于点 P（x_0，y_0）到直线滴一般式方程 ax+by+c=0 滴距离有

$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

常用记牢

初中数学助记口诀(函数部分)

特殊点坐标特征:坐标平面点(x, y),横在前来纵在后;(+,+),(-,+),(-,-)和(+,-),四个象限分前后;X 轴上 y 为 0,x 为 0 在 Y 轴。

对称点坐标:对称点坐标要记牢,相反数位置莫混淆,X 轴对称 y 相反,Y 轴对称,x 前面添负号;原点对称最好记,横纵坐标变符号。

自变量的取值范围:分式分母不为零,偶次根下负不行;零次幂底数不为零,整式、奇次根全能行。

函数图像的移动规律:若把一次函数解析式写成 y=k(x+0)+b、二次函数的解析式写成 y=a(x+h)2+k 的形式,则用下面后的口诀“同左上加,异右下减”。

一次函数图像与性质口诀:一次函数是直线,图像经过仨象限;正比例函数更简单,经过原点一直线;两个系数 k 与 b,作用之大莫小看,k 是斜率定夹角,b 与 Y 轴来相见,k 为正来右上斜,x 增减 y 增减;k 为负来左下展,变化规律正相反;k 的绝对值越大,线离横轴就越远。

二次函数图像与性质口诀:二次函数抛物线,图象对称是关键;开口、顶点和交点,它们确定图象现;开口、大小由 a 断,c 与 Y 轴来相见,b 的符号较特别,符号与 a 相关联;顶点位置先找见,Y 轴作为参考线,左同右异中为 0,牢记心中莫混乱;顶点坐标最重要,一般式配方它就现,横标即为对称轴,纵标函数最值见。若求对称轴位置,符号反,一般、顶点、交点式,不同表达能互换。

反比例函数图像与性质口诀:反比例函数有特点,双曲线相背离的远;k 为正,图在一、三(象)限,k 为负,图在二、四(象)限;图在一、三函数减,两个分支分别减。图在二、四正相反,两个分支分别添;线越长越近轴,永远与轴不沾边。

正比例函数是直线,图象一定过圆点,k 的正负是关键,决定直线的象限,负 k 经过二四限,x 增大 y 在减,上下平移 k 不变,由引得到一次线,向上加 b 向下减,图象经过三个限,两点决定一条线,选定系数是关键。

反比例函数双曲线,待定只需一个点,正 k 落在一三限,x 增大 y 在减,图象上面任意点,矩形面积都不变,对称轴是角分线 x、y 的顺序可交换。

二次函数抛物线,选定需要三个点,a 的正负开口判,c 的大小 y 轴看,△的符号最简便,x 轴上数交点,a、b 同号轴左边抛物线平移 a 不变,顶点牵着图象转,三种形式可变换,配方法作用最关键。

1. 一元一次不等式解题的一般步骤:

去分母、去括号，移项时候要变号；
同类项、合并好，再把系数来除掉；
两边除（以）负数时，不等号改向别忘了。

2. 特殊点坐标特征:

坐标平面点(x, y), 横在前来纵在后；
(+, +), (-, +), (-, -)和(+, -), 四个象限分前后；
X 轴上 y 为 0, x 为 0 在 Y 轴。

3. 平行某轴的直线:

平行某轴的直线，点的坐标有讲究，
直线平行 X 轴,纵坐标相等横不同;
直线平行于 Y 轴,点的横坐标仍照旧。

4. 对称点坐标:

对称点坐标要记牢,相反数位置莫混淆，
X 轴对称 y 相反， Y 轴对称,x 前面添负号;
原点对称最好记,横纵坐标变符号。

5. 自变量的取值范围:

分式分母不为零，偶次根下负不行;
零次幂底数不为零，整式、奇次根全能行。

6. 函数图像的移动规律:

若把一次函数解析式写成 y=k（x+0）+b，
二次函数的解析式写成 y=a（x+h）2+k 的形式，
则用下面后的口诀:
“左右平移在括号,上下平移在末稍，
左正右负须牢记,上正下负错不了”。

7. 一次函数图像与性质口诀:

一次函数是直线，图像经过仨象限;
正比例函数更简单,经过原点一直线;
两个系数 k 与 b,作用之大莫小看，
k 是斜率定夹角,b 与 Y 轴来相见，
k 为正来右上斜,x 增减 y 增减；k 为负来左下展,变化规律正相反;
k 的绝对值越大,线离横轴就越远。

8. 二次函数图像与性质口诀:

二次函数抛物线，图象对称是关键；
开口、顶点和交点,它们确定图象限；
开口、大小由 a 断,c 与 Y 轴来相见,b 的符号较特别，符号与 a 相关联；顶点位置先找见，Y 轴作为参考线，左同右异中为 0，牢记心中莫混乱；顶点坐标最重要,一般式配方它就现，横标即为对称轴,纵标函数最值见。若求对称轴位置，符号反,一般、顶点、交点式，不同表达能互换。

9. 反比例函数图像与性质口诀:

反比例函数有特点,双曲线相背离的远；
k 为正,图在一、三(象)限；k 为负,图在二、四(象)限；
图在一、三函数减,两个分支分别减；图在二、四正相反,两个分支分别添；线越长越近轴,永远与轴不沾边。

函数学习口决：正比例函数是直线，图象一定过原点，k 的正负是关键，决定直线的象限，负 k 经过二四限，x 增大 y 在减，上下平移 k 不变，由引得到一次线，向上加 b 向下减，图象经过三个限，两点决定一条线，选定系数是关键；

反比例函数双曲线，待定只需一个点，正 k 落在一三限，x 增大 y 在减，图象上面任意点，矩形面积都不变，对称轴是角分线 x、y 的顺序可交换；

二次函数抛物线，选定需要三个点，a 的正负开口判，c 的大小 y 轴看，△的符号最简便，x 轴上数交点，a、b 同号轴左边抛物线平移 a 不变，顶点牵着图象转，三种形式可变换，配方法作用最关键。

10. 求定义域：

求定义域有讲究，四项原则须留意。
负数不能开平方，分母为零无意义。
指是分数底正数，数零没有零次幂。
限制条件不唯一，满足多个不等式。
求定义域要过关，四项原则须注意。
负数不能开平方，分母为零无意义。
分数指数底正数，数零没有零次幂。
限制条件不唯一，不等式组求解集。

11. 解一元一次不等式：

先去分母再括号，移项合并同类项。
系数化“1”有讲究，同乘除负要变向。
先去分母再括号，移项别忘要变号。
同类各项去合并，系数化“1”注意了。
同乘除正无防碍，同乘除负也变号。

12. 解一元一次不等式组:

大于头来小于尾，大小不一中间找。
大大小小没有解，四种情况全来了。
同向取两边，异向取中间。
中间无元素，无解便出现。
幼儿园小鬼当家，(同小相对取较小)
敬老院以老为荣，(同大就要取较大)
军营里没老没少。(大小小大就是它)
大大小小解集空。(小小大大哪有哇)

13. 解一元二次不等式:

首先化成一般式，构造函数第二站。
判别式值若非负，曲线横轴有交点。
a 正开口它向上，大于零则取两边。
代数式若小于零，解集交点数之间。
方程若无实数根，口上大零解为全。
小于零将没有解，开口向下正相反。

13.1 用公式法解一元二次方程

要用公式解方程，首先化成一般式。
调整系数随其后，使其成为最简比。
确定参数 abc，计算方程判别式。
判别式值与零比，有无实根便得知。
有实根可套公式，没有实根要告之。

14. 用常规配方法解一元二次方程：

左未右已先分离，二系化“1”是其次。
一系折半再平方，两边同加没问题。
左边分解右合并，直接开方去解题。
该种解法叫配方，解方程时多练习。

15. 用间接配方法解一元二次方程：

已知未知先分离，因式分解是其次。
调整系数等互反，和差积套恒等式。
完全平方等常数，间接配方显优势
【注】 恒等式

16. 解一元二次方程：

方程没有一次项，直接开方最理想。
如果缺少常数项，因式分解没商量。
b、c 相等都为零，等根是零不要忘。
b、c 同时不为零，因式分解或配方，
也可直接套公式，因题而异择良方。

17. 正比例函数的鉴别：

判断正比例函数，检验当分两步走。
一量表示另一量， 有没有。
若有再去看取值，全体实数都需要。
区分正比例函数，衡量可分两步走。
一量表示另一量， 是与否。
若有还要看取值，全体实数都要有。

18. **正比例函数的图象与性质：**

正比函数图直线，经过 和原点。
K 正一三负二四，变化趋势记心间。
K 正左低右边高，同大同小向爬山。
K 负左高右边低，一大另小下山峦。

19. **一次函数：**

一次函数图直线，经过 点。
K 正左低右边高，越走越高向爬山。
K 负左高右边低，越来越低很明显。
K 称斜率 b 截距，截距为零变正函。

20. 反比例函数:

反比函数双曲线，经过 点。
K 正一三负二四，两轴是它渐近线。
K 正左高右边低，一三象限滑下山。
K 负左低右边高，二四象限如爬山。

21. 二次函数:

二次方程零换 y，二次函数便出现。
全体实数定义域，图像叫做抛物线。
抛物线有对称轴，两边单调正相反。
A 定开口及大小，线轴交点叫顶点。
顶点非高即最低。上低下高很显眼。
如果要画抛物线，平移也可去描点，
提取配方定顶点，两条途径再挑选。
列表描点后连线，平移规律记心间。
左加右减括号内，号外上加下要减。
二次方程零换 y，就得到二次函数。
图像叫做抛物线，定义域全体实数。
A 定开口及大小，开口向上是正数。
绝对值大开口小，开口向下 A 负数。
抛物线有对称轴，增减特性可看图。

线轴交点叫顶点，顶点纵标最值出。

如果要画抛物线，描点平移两条路。

提取配方定顶点，平移描点皆成图。

列表描点后连线，三点大致定全图。

若要平移也不难，先画基础抛物线，

顶点移到新位置，开口大小随基础。

【注】基础抛物线

22. 列方程解应用题:

列方程解应用题，审设列解双检答。

审题弄清已未知，设元直间两办法。

列表画图造方程，解方程时守章法。

检验准且合题意，问求同一才作答。

23. 两点间距离公式:

同轴两点求距离，大减小数就为之。

与轴等距两个点，间距求法亦如此。

平面任意两个点，横纵标差先求值。

差方相加开平方，距离公式要牢记。

二次函数知识点： 1．二次函数的概念：一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$ （a，b，c 是常数，$a\neq 0$）的函数，叫做二次函数。　　这里需要强调：和一元二次方程类似，二次项系数 $a\neq 0$，而 b，c 可以为零．二次函数的定义域是全体实数．

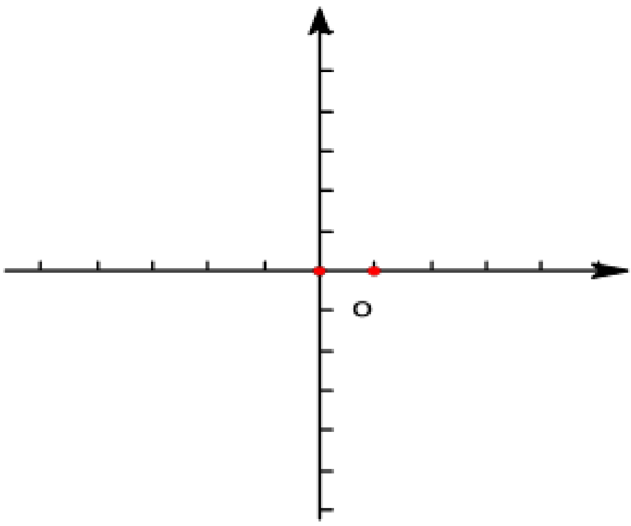
2. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的结构特征：

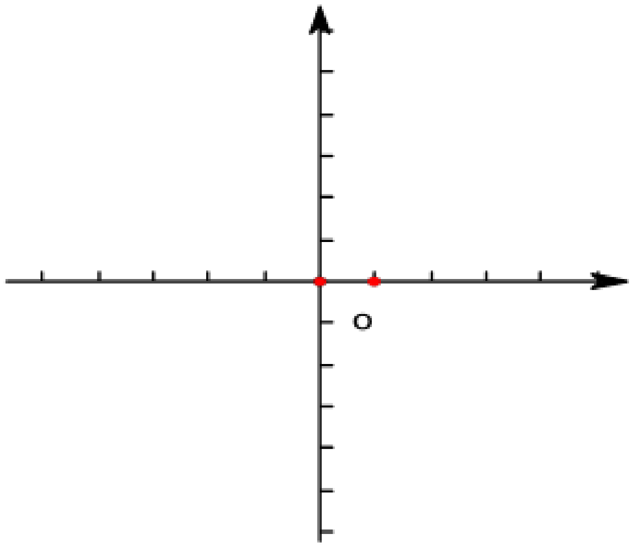
⑴ 等号左边是函数，右边是关于自变量 x 的二次式，x 的最高次数是 2．

⑵ a，b，c 是常数，a 是二次项系数，b 是一次项系数，c 是常数项．

二次函数的基本形式

1. 二次函数基本形式：$y=ax^2$ 的性质：





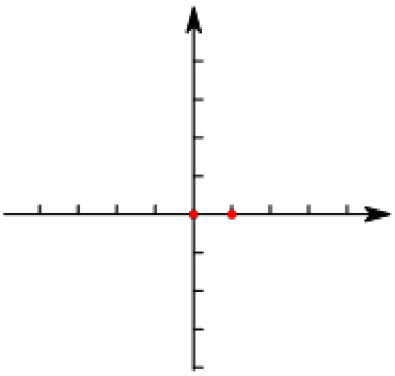
结论：a 的绝对值越大，抛物线的开口越小。

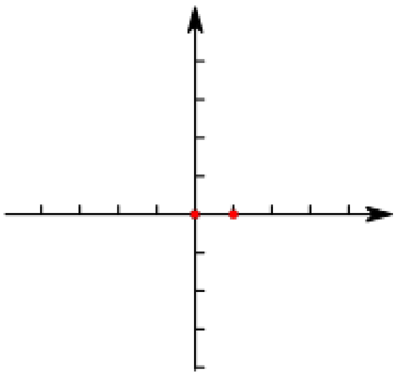
总结：

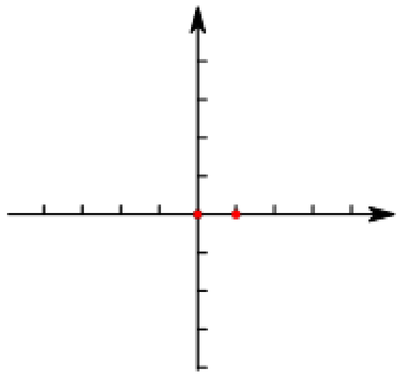
a 的符号	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质
$a>0$	向上	$(0,0)$	y 轴	$x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大；$x<0$ 时，y 随

				x 的增大而减小； $x=0$ 时， y 有最小值 0 .
$a<0$	向下	$(0，0)$	y 轴	$x>0$ 时， y 随 x 的增大而减小； $x<0$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x=0$ 时， y 有最大值 0 .

$y=ax^2+c$ **的性质：**





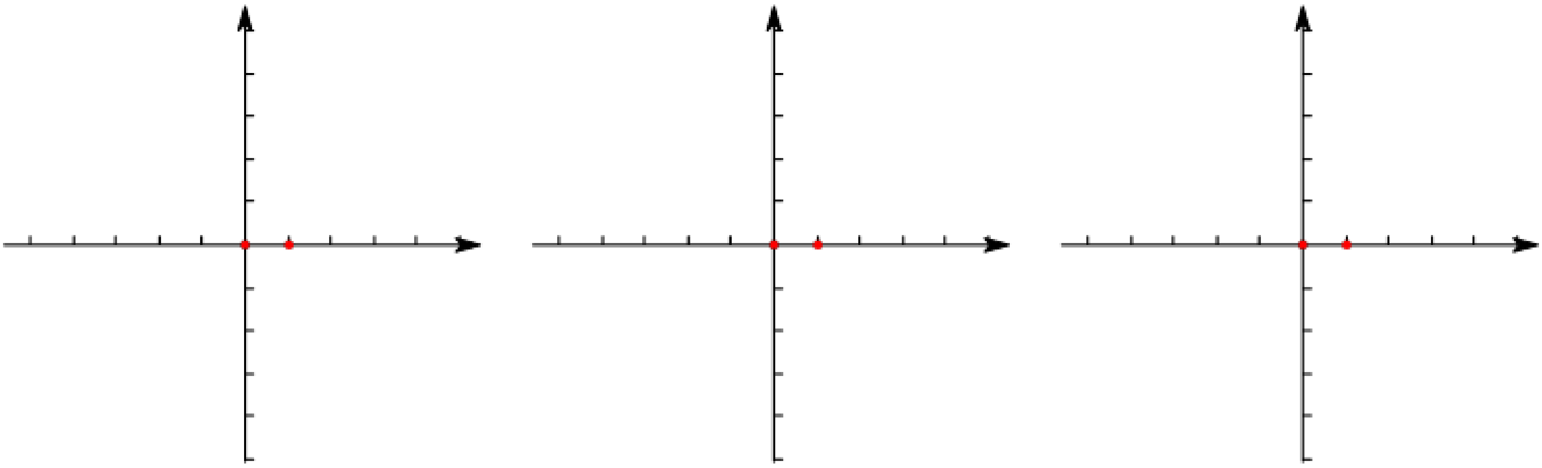


结论：上加下减。 **同左上加，异右下减**

总结：

a 的符号	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质
$a>0$	向上	$(0，c)$	y 轴	$x>0$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x<0$ 时， y 随 x 的增大而减小； $x=0$ 时， y 有最小值 c .
$a<0$	向下	$(0，c)$	y 轴	$x>0$ 时， y 随 x 的增大而减小； $x<0$ 时， y 随 x 的增大而增大； $x=0$ 时， y 有最大值 c .

3. $y=a(x-h)^2$ **的性质：**



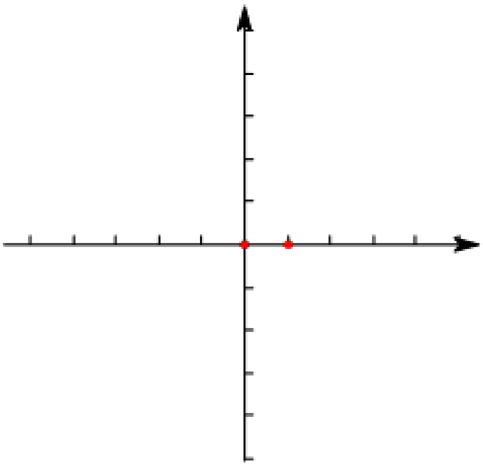
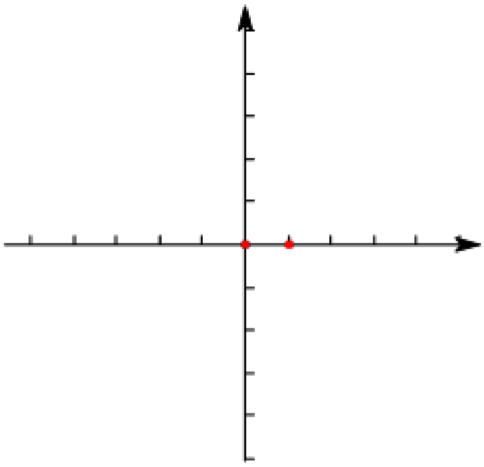
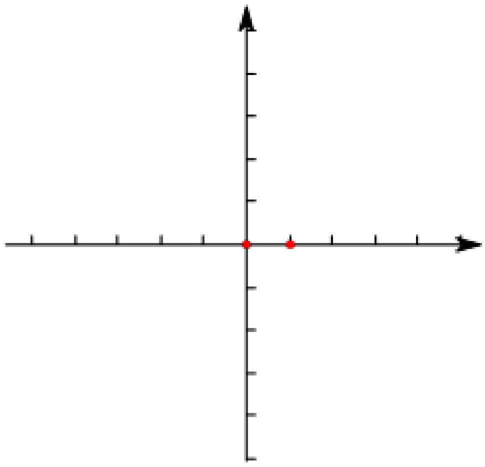
结论：左加右减。同左上加，异右下减

总结：

a 的符号	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质

$a>0$	向上	$(h，0)$	X=h	$x>h$ 时，y 随 x 的增大而增大；$x<h$ 时，y 随 x 的增大而减小；$x=h$ 时，y 有最小值 0．
$a<0$	向下	$(h，0)$	X=h	$x>h$ 时，y 随 x 的增大而减小；$x<h$ 时，y 随 x 的增大而增大；$x=h$ 时，y 有最大值 0．

4. $y=a\left(x-h\right)^2+k$ 的性质：

总结：

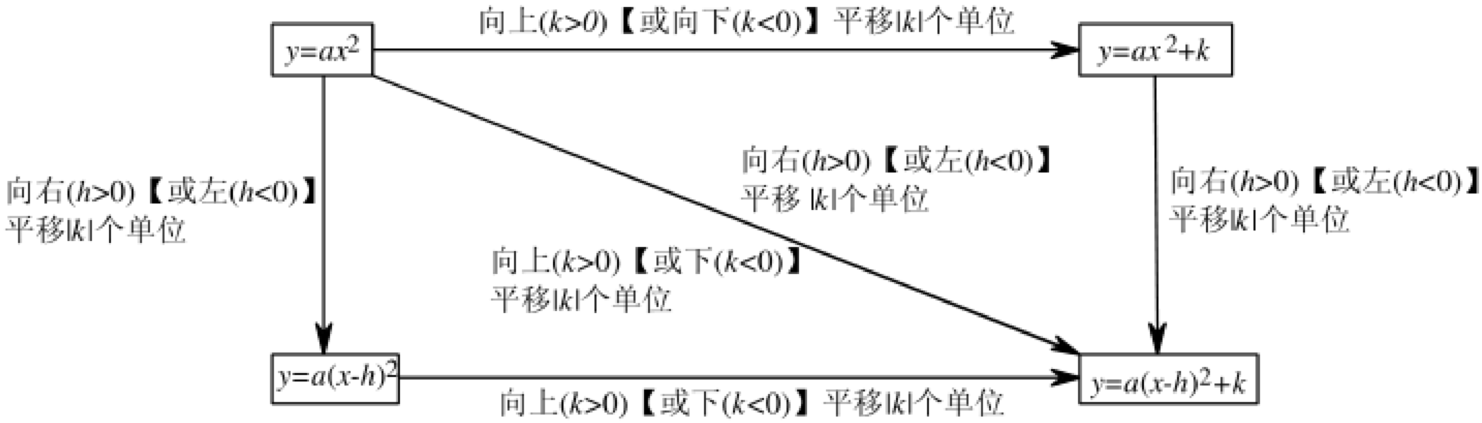
a 的符号	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质
$a>0$	向上	$(h，k)$	X=h	$x>h$ 时，y 随 x 的增大而增大；$x<h$ 时，y 随 x 的增大而减小；$x=h$ 时，y 有最小值 k．
$a<0$	向下	$(h，k)$	X=h	$x>h$ 时，y 随 x 的增大而减小；$x<h$ 时，y 随 x 的增大而增大；$x=h$ 时，y 有最大值 k．

二次函数图象的平移

1. 平移步骤：

⑴ 将抛物线解析式转化成顶点式 $y=a\left(x-h\right)^{2}+k$ ，确定其顶点坐标 $\left(h，k\right)$；

⑵ 保持抛物线 $y=ax^{2}$ 的形状不变，将其顶点平移到 $\left(h，k\right)$ 处，具体平移方法如下：



2. 平移规律

在原有函数的基础上“h 值正右移，负左移； k 值正上移，负下移”.

概括成八个字“**同左上加，异右下减**”.

三、二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 与 $y=ax^2+bx+c$ 的比较

请将 $y=2x^2+4x+5$ 利用配方的形式配成顶点式。请将 $y=ax^2+bx+c$ 配成 $y=a(x-h)^2+k$ 。

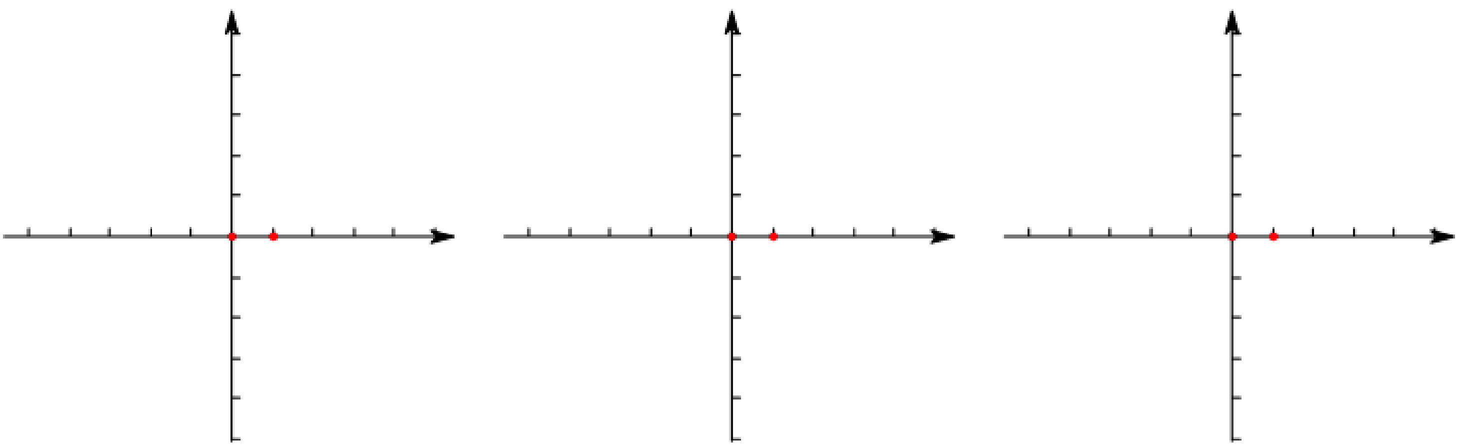
总结：

从解析式上看，$y=a(x-h)^2+k$ 与 $y=ax^2+bx+c$ 是两种不同的表达形式，后者通过配方可以得到前者，即 $y=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2+\dfrac{4ac-b^2}{4a}$，其中 $h=-\dfrac{b}{2a}$，$k=\dfrac{4ac-b^2}{4a}$.

四、二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的画法

五点绘图法：利用配方法将二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 化为顶点式 $y=a(x-h)^2+k$，确定其开口方向、对称轴及顶点坐标，然后在对称轴两侧，左右对称地描点画图. 一般我们选取的五点为：顶点、与 y 轴的交点 $(0,c)$、以及 $(0,c)$ 关于对称轴对称的点 $(2h,c)$、与 x 轴的交点 $(x_1,0)$，$(x_2,0)$（若与 x 轴没有交点，则取两组关于对称轴对称的点）.

画草图时应抓住以下几点：开口方向，对称轴，顶点，与 x 轴的交点，与 y 轴的交点.



五、二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的性质

1. 当 $a>0$ 时，抛物线开口向上，对称轴为 $x=-\dfrac{b}{2a}$，顶点坐标为 $\left(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{4ac-b^2}{4a}\right)$.

当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最小值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$．

2. 当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}$，顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$．当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时，y

随 x 的增大而增大；当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时，y 随 x 的增大而减小；当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，y 有最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$.

六、二次函数解析式的表示方法

1. 一般式：$y=ax^2+bx+c$（a，b，c 为常数，$a\neq 0$）；
2. 顶点式：$y=a(x-h)^2+k$（a，h，k 为常数，$a\neq 0$）；
3. 两根式：$y=a(x-x_1)(x-x_2)$（$a\neq 0$，x_1，x_2 是抛物线与 x 轴两交点的横坐标）.

注意：任何二次函数的解析式都可以化成一般式或顶点式，但并非所有的二次函数都可以写成交点式，只有抛物线与 x 轴有交点，即 $b^2-4ac\geq 0$ 时，抛物线的解析式才可以用交点式表示．二次函数解析式的这三种形式可以互化.

七、二次函数的图象与各项系数之间的关系

1. 二次项系数 a

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中，a 作为二次项系数，显然 $a\neq 0$.

⑴ 当 $a>0$ 时，抛物线开口向上，a 的值越大，开口越小，反之 a 的值越小，开口越大；

⑵ 当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，a 的值越小，开口越小，反之 a 的值越大，开口越大.

总结起来，a 决定了抛物线开口的大小和方向，a 的正负决定开口方向，$|a|$ 的大**小决定开口的大小.**

2. 一次项系数 b

在二次项系数 a 确定的前提下，b 决定了抛物线的对称轴.

⑴ 在 $a>0$ 的前提下，

当 $b>0$ 时，$-\frac{b}{2a}<0$，即抛物线的对称轴在 y 轴左侧；ab 同号同左上加

当 $b=0$ 时，$-\frac{b}{2a}=0$，即抛物线的对称轴就是 y 轴；

当 $b<0$ 时，$-\frac{b}{2a}>0$，即抛物线对称轴在 y 轴的右侧．a,b 异号异右下减

⑵ 在 $a<0$ 的前提下，结论刚好与上述相反，即

当 $b>0$ 时，$-\frac{b}{2a}>0$，即抛物线的对称轴在 y 轴右侧；a,b 异号异右下减

当 $b=0$ 时，$-\frac{b}{2a}=0$，即抛物线的对称轴就是 y 轴；

当 $b<0$ 时，$-\frac{b}{2a}<0$，即抛物线对称轴在 y 轴的左侧．ab 同号同左上加

总结起来，在 a 确定的前提下，b 决定了抛物线对称轴的位置．

总结：**同左上加　异右下减**

3. 常数项 c

⑴ 当 $c>0$ 时，抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方，即抛物线与 y 轴交点的纵坐标为正；

⑵ 当 $c=0$ 时，抛物线与 y 轴的交点为坐标原点，即抛物线与 y 轴交点的纵坐标为 0；

⑶ 当 $c<0$ 时，抛物线与 y 轴的交点在 x 轴下方，即抛物线与 y 轴交点的纵坐标为负．

总结起来，c 决定了抛物线与 y 轴交点的位置．

总之，只要 a，b，c 都确定，那么这条抛物线就是唯一确定的．

二次函数解析式的确定：

根据已知条件确定二次函数解析式，通常利用待定系数法．用待定系数法求二次函数的解析式必须根据题目的特点，选择适当的形式，才能使解题简便．一般来说，有如下几种情况：

1. 已知抛物线上三点的坐标，一般选用一般式；
2. 已知抛物线顶点或对称轴或最大（小）值，一般选用顶点式；
3. 已知抛物线与 x 轴的两个交点的横坐标，一般选用两根式；
4. 已知抛物线上纵坐标相同的两点，常选用顶点式．

二、二次函数图象的对称

二次函数图象的对称一般有五种情况，可以用一般式或顶点式表达

1. 关于 x 轴对称

$y=ax^2+bx+c$ 关于 x 轴对称后，得到的解析式是 $y=-ax^2-bx-c$；

$y=a(x-h)^2+k$ 关于 x 轴对称后，得到的解析式是 $y=-a(x-h)^2-k$；

2. 关于 y 轴对称

$y=ax^2+bx+c$ 关于 y 轴对称后，得到的解析式是 $y=ax^2-bx+c$；

$y=a(x-h)^2+k$ 关于 y 轴对称后，得到的解析式是 $y=a(x+h)^2+k$；

3. 关于原点对称

$y=ax^2+bx+c$ 关于原点对称后，得到的解析式是 $y=-ax^2+bx-c$；

$y=a(x-h)^2+k$ 关于原点对称后，得到的解析式是 $y=-a(x+h)^2-k$；

4. 关于顶点对称

$y=ax^2+bx+c$ 关于顶点对称后，得到的解析式是 $y=-ax^2-bx+c-\frac{b^2}{2a}$；

$y=a(x-h)^2+k$ 关于顶点对称后，得到的解析式是 $y=-a(x-h)^2+k$．

5. 关于点(m,n)对称

$y=a(x-h)^2+k$ 关于点(m,n)对称后，得到的解析式是 $y=-a(x+h-2m)^2+2n-k$

根据对称的性质，显然无论作何种对称变换，抛物线的形状一定不会发生变化，因此$|a|$永远不变．求抛物线的对称抛物线的表达式时，可以依据题意或方便运算的原则，选择合适的形式，习惯上是先确定原抛物线（或表达式已知的抛物线）的顶点坐标及开口方向，再确定其对称抛物线的顶点坐标及开口方向，然后再写出其对称抛物线的表达式．

二次函数与一元二次方程：

1. 二次函数与一元二次方程的关系（二次函数与 x 轴交点情况）：

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 当函数值 $y=0$ 时的特殊情况．

图象与 x 轴的交点个数：

① 当$\Delta = b^2 - 4ac > 0$时，图象与x轴交于两点$A\left(x_1,0\right)$，$B\left(x_2,0\right)$ $(x_1 \neq x_2)$，其中的x_1，x_2是一元二次方程$ax^2 + bx + c = 0\left(a \neq 0\right)$的两根．这两点间的距离$AB = \left|x_2 - x_1\right| = \dfrac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$．

② 当$\Delta = 0$时，图象与x轴只有一个交点；

③ 当$\Delta < 0$时，图象与x轴没有交点.

1' 当$a > 0$时，图象落在x轴的上方，无论x为任何实数，都有$y > 0$；

2' 当$a < 0$时，图象落在x轴的下方，无论x为任何实数，都有$y < 0$.

2. 抛物线$y = ax^2 + bx + c$的图象与y轴一定相交，交点坐标为$(0，c)$；

3. 二次函数常用解题方法总结：

(1) 求二次函数的图象与x轴的交点坐标，需转化为一元二次方程；

(2) 求二次函数的最大（小）值需要利用配方法将二次函数由一般式转化为顶点式；

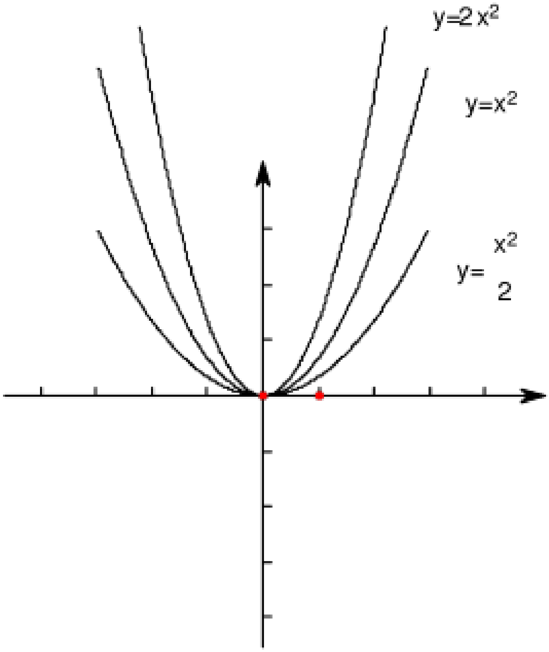
(3) 根据图象的位置判断二次函数$y = ax^2 + bx + c$中a，b，c的符号，或由二次函数中a，b，c的符号判断图象的位置，要数形结合；

(4) 二次函数的图象关于对称轴对称，可利用这一性质，求和已知一点对称的点坐标，或已知与x轴的一个交点坐标，可由对称性求出另一个交点坐标.

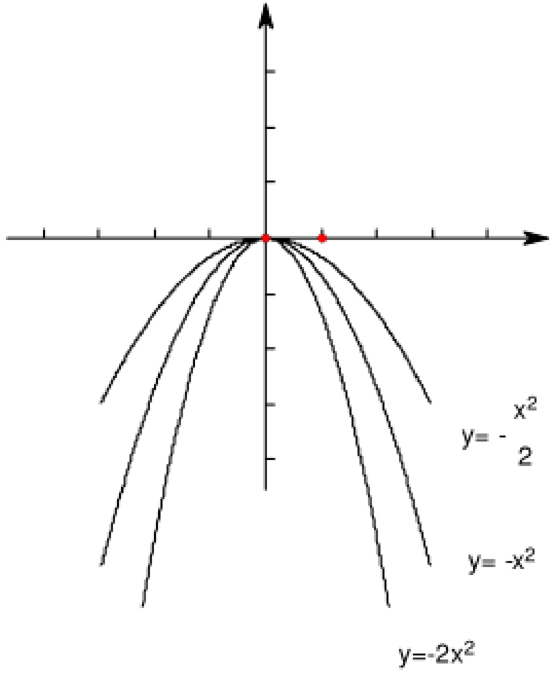
(5) 与二次函数有关的还有二次三项式，二次三项式$ax^2 + bx + c(a \neq 0)$本身就是所含字母x的二次函数；

$\Delta > 0$	抛物线与x轴有两个交点	二次三项式的值可正、可零、可负	一元二次方程有两个不相等实根	
$\Delta = 0$	抛物线与x轴只有一个交点	二次三项式的值为非负	一元二次方程有两个相等的实数根	
$\Delta < 0$	抛物线与x轴无交点	二次三项式的值恒为正	一元二次方程无实数根.	

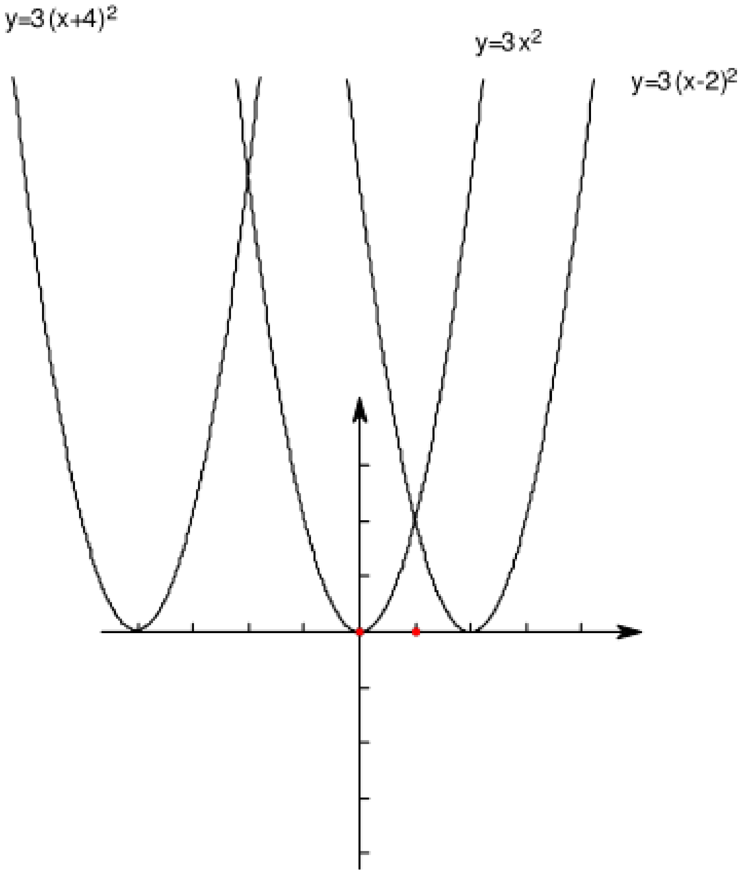
下面以$a > 0$时为例，揭示二次函数、二次三项式和一元二次方程之间的内在联系：图像参考：



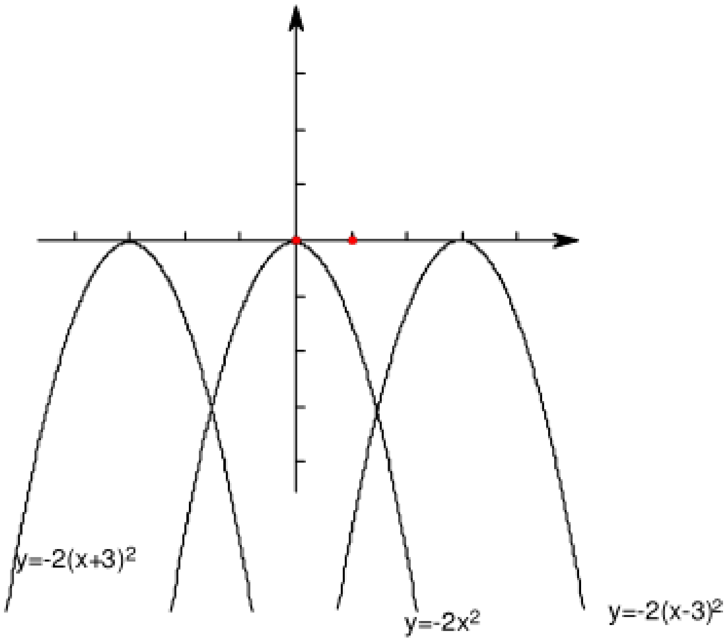
y=2 x²
y=x²
y= x²/2



y= - x²/2
y= -x²
y=-2x²



y=3 (x+4)²
y=3 x²
y=3 (x-2)²



y=-2(x+3)²
y=-2x²
y=-2(x-3)²